

# Universelle Koordinatentransformation für Industrieroboter

Prof. Dr.-Ing. Heribert Münch  
Hochschule Magdeburg-Stendal  
heribert.muench@maschinenbau.hs-magdeburg.de

13. August 2001

## **Zusammenfassung**

Für die Lösung des Inversen Kinematischen Problems (IKP) beinhalten heutige Robotersteuerungen Transformationsmodule auf der Basis kinematikspezifischer expliziter Gleichungsbeziehungen.

Der stetige Fortschritt in der Mikroelektronik und der Einsatz von Mehrprozessorsystemen schaffen die Voraussetzung zur Implementierung aufwendigerer, jedoch universeller, d.h. roboterunabhängiger Transformationsmodule, die über die Eingabe von Steuervariablen und geometrischen Parametern an die jeweilige Roboterkinematik, selbst unter Berücksichtigung vorhandener Fertigungstoleranzen, angepasst werden können und, wie im Folgenden beschrieben, in kritischen Verfahrssituationen ein exaktes Verfahrverhalten des realen Systems garantieren.

## **1 Einleitung**

Für unterschiedliche Fertigungsverfahren werden Industrieroboter (IR) von zugeschnittener kinematischer Bauform angeboten. Anzahl, Art und Anordnung der steuerbaren Gelenke zusammen mit den geometrischen Abmessungen der Armelemente legen das kinematische Übertragungsverhalten zwischen den achsspezifischen Variablen des Roboters und der räumlichen Anordnung seiner Gelenkkette, insbesondere des Tool-Center-Points, im raumfesten Koordinatensystem fest. Die mathematische Beschreibung der Relation zwischen den achsspezifischen Variablen und denen des kartesischen Raumes erfolgt durch roboterspezifische Transformationsgleichungen. Sind die achsspezifischen Gelenkkordinaten gegeben und die zugehörigen raumfesten Koordinaten zu ermitteln, so spricht man von der Lösung des Kinematischen Problems (KP) bzw. von der Vorwärtstransformation. Die Umkehrrelation, die als inverse Transformation (IKP) bezeichnet wird,

stellt die Umsetzung von kartesischen Bewegungsgrößen in die Achswerte der jeweiligen Roboterkinematik her. Im Gegensatz zur Vorwärtstransformation existieren für die inverse Transformationsproblematik keine allgemeingültigen Lösungskonzepte, mit denen explizite Bestimmungsgleichungen aufgestellt werden können. Industriell eingesetzte Robotersteuerungen beinhalten deshalb für die Lösung des kinematischen Problems Transformationsmodule mit speziellen, für eine bestimmte Bauform gültige, Gleichungsbeziehungen, wobei nur für eine begrenzte Klasse eine inverse Lösung in expliziter Form angegeben werden kann ([1], [2], [3]).

Der stetige Fortschritt in der Mikroelektronik schaffte die Voraussetzung zur Implementierung universeller, roboterunabhängiger Transformationsmodule, die über die Eingabe von Steuervariablen und geometrischen Parametern an die jeweilige Roboterkinematik angepasst werden können. Durch Verwendung eines universellen Transformationsbausteins ergeben sich offensichtlich Vorteile. Die Steuerung kann mittels Parameterwerte bzw. Maschinendaten für beliebige Bauformen modifiziert werden. Diese grundlegende Flexibilität ermöglicht auch die Berücksichtigung aller Fertigungstoleranzen in Bezug auf die räumliche Anordnung der Gelenke der kinematischen Ersatzkette. Letzteres ist im Fall von Sonderlösungen nicht generell möglich, sie erlauben nur die Korrektur von Nullagen und Längenfehlern.

Im folgenden wird ein universell einsetzbares portables Transformationsmodul für die Lösung des Inversen Kinematischen Problems auf der Basis eines iterativen Algorithmus vorgestellt, das in verschiedenen Offline-Programmiersystemen eingesetzt wird, in einem realen Industrierobotersteuerungssystem erprobt wurde und die zentrale Steuerungsgrundfunktion einer prototypischen Realisierung einer neuen Steuerungsgeneration, die in der Lage ist, kraftgeregelte Roboterbewegungen zu kommandieren, darstellt.

## 2 Theoretischer Ansatz für die universelle Lösung des Inversen Kinematischen Problems

Die Lösung des Kinematischen Problems lässt sich aus dem folgenden  $m$ -dimensionalen Gleichungssystem eindeutig bestimmen.

$$\underline{x} = \underline{f}(\underline{q}) \quad (1)$$

$\underline{x} \in R^n$  beschreibt Position und Orientierung in den Koordinaten der Aufgabenplanung, meist kartesische Koordinaten. Für  $n = 6$  gilt  $\underline{x}^T = (\underline{P}^T, \underline{\Phi}^T)$  mit  $\underline{P}^T = (P_x, P_y, P_z)$  für die Position und  $\underline{\Phi}^T = (\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z)$  für die Orientierung des Werkzeuges.

Durch  $\underline{q} \in R^m$  sind die entsprechenden roboterspezifischen Koordinaten gegeben.  $q_i$  kann eine Translations- oder Rotationsvariable sein. Das Inverse Kinematische Problem

$$\underline{q} = \underline{g}(\underline{x}) \quad (2)$$

führt im allgemeinen Fall auf ein System nichtlinearer transzendenter Gleichungen für die keine allgemeingültigen Lösungsverfahren existieren. Allgemeingültige Lösungskonzepte lassen sich nur durch iterative numerische Verfahren realisieren [4].

Zur Ableitung des iterativen Algorithmus wird die analytisch differenzierbare Funktion  $f(\underline{q})$  in eine Taylorreihe entwickelt. Wird die Taylorreihe nach dem ersten Glied abgebrochen, so gilt, bei Vernachlässigung des Restgliedes, für hinreichend kleine Änderungen der unabhängigen Variablen, der lineare Zusammenhang für die Lösung des IKP

$$\Delta \underline{x} = \underline{J} \cdot \Delta \underline{q} \quad (3)$$

In dem hier gewählten Verfahren zur Bestimmung der Jacobi-Matrix  $\underline{J}$  werden die Elemente direkt aus den, durch die Lösung des KP in Referenzkoordinaten generierten, Positions- und Orientierungsdaten aller Achsen bestimmt. Die hierzu erforderliche Lösung des KP lässt sich über die Matrizendarstellung der Kinematik nach Denavit-Hartenberg als Sonderfall der Darstellung in homogenen Koordinaten allgemeingültig formalisieren und ist somit ohne strukturelle Änderung rein durch entsprechende Parametrisierung auf alle üblichen Kinematiken übertragbar. Werden allen Gelenken der kinematischen Kette kartesische Koordinatensysteme nach DH-Konvention zugeordnet, so lässt sich der Übergang zwischen zwei beliebig angeordneten aufeinanderfolgenden Gelenksystemen, jeweils über vier Teiltransformationen, dargestellt durch eine Transformationsmatrix  $\underline{A}$  mit vier freien Parametern beschreiben ([1], [2]).  $\underline{A}_i$  charakterisiert Position und Orientierung des  $i$ -ten Gelenkes in den Koordinaten des  $(i - 1)$ -ten Gelenkes und besitzt unabhängig vom Gelenktyp immer die gleiche Form. Durch multiplikative Verknüpfung aller  $\underline{A}_i$ -Matrizen resultiert für die Vorwärtstransformation ein Matrixprodukt

$$\underline{T}^m = \prod_{i=1}^m \underline{A}_i = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & x \\ n_y & o_y & a_y & y \\ n_z & o_z & a_z & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$m$  : Anzahl der Gelenke der kinematischen Kette  
 $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$  : Position des Effektors in Basiskoordinaten  
 $\begin{bmatrix} \underline{n} & \underline{o} & \underline{a} \end{bmatrix}$  : Orientierung des Effektors in Basiskoordinaten

das Position und Orientierung des Effektors im Basiskoordinatensystem des Industrieroboters beschreibt. Die Zwischenprodukte ( $i = 1, \dots, m - 1$ ) liefern die entsprechenden Daten für die einzelnen Achsen und stellen die Grundlage für die im folgenden beschriebene allgemeingültige Be-

rechnung der Jacobi-Matrix dar.

Aus der Differentiation von Gl. (1) folgt die Geschwindigkeitsrelation

$$\dot{\underline{x}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \underline{q}} \cdot f(\underline{q}) \right] \cdot \dot{\underline{q}} \quad (5)$$

Allgemein gilt für die Bahngeschwindigkeit  $\underline{v}$  eines Punktes  $\underline{P}$  auf einem starren Körper, der sich mit der Drehgeschwindigkeit  $\underline{\omega} = \omega \cdot \underline{d}$  um die Drehachse  $\underline{d}$  ( $|\underline{d}| = 1$ ) dreht, die vektorielle Bestimmungsgleichung

$$\underline{v} = (\underline{d} \times \underline{r}_d) \cdot \omega \quad (6)$$

mit  $\underline{r}_d$  als Abstandsvektor vom Punkt  $\underline{P}$  von der Drehachse  $\underline{d}$ .

Werden die aufgeführten allgemeinen vektoriellen kinematischen Beziehungen auf die durch  $\underline{T}$ -Matrizen vollständig beschriebene kinematische Kette eines Industrieroboters angewendet, so ergibt sich für die Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten des Ursprungs des Effektorsystems in  $x, y, z$ -Richtung des Basissystems, wenn  $q_i$  eine Drehvariable repräsentiert, die folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{P}}_i &= \underline{a}_{i-1} \times (\underline{P}_n - \underline{P}_{i-1}) \cdot \dot{q}_i \\ \underline{J}_{(1..3,i)} &= \underline{a}_{i-1} \times (\underline{P}_n - \underline{P}_{i-1}) \end{aligned} \quad (7)$$

$\underline{a}_{i-1}$  ist die Drehachse, definiert als  $z$ -Achse des  $(i-1)$ -ten Koordinatensystems, dargestellt in den Koordinaten des Basissystems.

Für die Drehgeschwindigkeit in bezug auf die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achsen des Basissystems gilt:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\Phi}}_i &= \underline{a}_{i-1} \cdot \dot{q}_i \\ \underline{J}_{(4..6,i)} &= \underline{a}_{i-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Bezeichnet  $q_i$  eine Translationsvariable, so gilt:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{P}}_i &= \underline{a}_{i-1} \cdot \dot{q}_i \\ \underline{J}_{(1..3,i)} &= \underline{a}_{i-1} \end{aligned} \quad (9)$$

In diesem Fall ist der Drehgeschwindigkeitsvektor ein Nullvektor.

Der vorgestellte Algorithmus gestattet somit die direkte Berechnung der Jacobi-Matrix aus den in

der Vorwärtstransformation bestimmten  $\underline{T}$ -Matrizen der einzelnen Gelenke.

Für die Berechnung des linearen Gleichungssystems Gl. (3) ist nach Vorgabe eines in Roboterkoordinaten gegebenen Startwertes  $\underline{q}_s$  und dem anzufahrenden, d.h., zu transformierenden kartesisch vorgegebenen Zielframe  $\underline{T}_z$  die Differenztransformation  $\underline{\Delta x}$  zu ermitteln. Aus  $\underline{q}_s$  folgt nach Lösung des KP die Darstellung des Startwertes als Frame  $\underline{T}_s$  in den Koordinaten des Referenzsystems. Der kartesische Abstand zwischen Start- und Zielframe ist im allgemeinen Fall durch definierte Translations- und Rotationsoperationen darstellbar.

$$\begin{aligned}\underline{T}_z &= \underline{\Delta} \cdot \underline{T}_s \\ \underline{\Delta} &= \underline{T}_z \cdot \underline{T}_s^{-1}\end{aligned}\quad (10)$$

Der translatorische Abstand ergibt sich als Differenz der entsprechenden Positionselemente  $\underline{\Delta P} = \underline{P}_z - \underline{P}_s$ . Werden nur die orientierungsbeschreibenden Elemente in den Matrizen  $\underline{T}_s, \underline{T}_z, \underline{\Delta}$  betrachtet, so folgen nach Streichung der jeweiligen letzten Zeile und Spalte, die auf die reine Orientierungsbeschreibung reduzierten Matrizen  $\underline{T}_s^*, \underline{T}_z^*, \underline{\Delta}^*$  und Gl. (10) geht über in die modifizierte Form

$$\underline{\Delta}^* = \underline{T}_z^* \cdot \underline{T}_s^{*T} \quad (11)$$

Für hinreichend kleine Differenzrotationen ist die schiefsymmetrische Matrix  $\underline{\Delta}^*$  durch

$$\underline{\Delta}^* = \begin{bmatrix} 1 & -\dot{\Phi}_z & \dot{\Phi}_y \\ \dot{\Phi}_z & 1 & -\dot{\Phi}_x \\ -\dot{\Phi}_y & \dot{\Phi}_x & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

in expliziter Form gegeben [2]. Aus Gl. (11) und (12) folgen die Bestimmungsgleichungen für die Differenzrotationen  $\Delta\dot{\Phi}_x, \Delta\dot{\Phi}_y$  und  $\Delta\dot{\Phi}_z$ , deren Lösung mit den bereits berechneten erforderlichen Translationen den Differenzvektor

$$\underline{\Delta x} = \left[ \underline{\Delta P}^T \quad \underline{\Delta \Phi}^T \right]^T \quad (13)$$

bilden.

Nach der nun möglichen Lösung des linearen Ersatzproblems Gl. (3) ist das IKP in einer hinreichend kleinen Umgebung des Startwertes exakt bestimmt.

### 3 Kriterien und Lösungsstrategien für ein eindeutig definiertes Verhalten des realen Systems

Für den Online-Einsatz des Transformationsmoduls zur Ermittlung der achspezifischen Koordinaten des Roboters müssen folgende Bedingungen gewährleistet sein:

- Eindeutigkeit der Lösung,
- u.U. Sicherstellung der Existenz einer Lösung,
- Konvergenz bei definierter Konvergenzgeschwindigkeit,
- Unterschreitung einer definierten Maximalrechenzeit für Bahn- und Punktsteuerung bei
- geforderter Genauigkeit der Resultate.

Zur Ermittlung eindeutiger achsspezifischer Vorgaben für den IR sind die Ursachen der Mehrdeutigkeit und einer eventuell auftretenden Inkonsistenz des linearen Ersatzproblems zu untersuchen und vorbeugende Strategien zu entwickeln.

Freiheitsgrade	$Rang \{J\}$	charakteristische Eigenschaft der Lösung	Strategie zur eindeutigen Lösung
$m = n$	$m, n$	eindeutig	Gauß'sches Eliminationsverfahren in erweiterter Form
	$< m, n$	aufgabenspezifisch mehrdeutig	
$m > n$	$n$	allgemein mehrdeutig	verallgemeinerte Inverse oder Pseudoinverse
	$< n$	allgemein und aufgabenspezifisch mehrdeutig	
$m < n$	$m$	eingeschränkt und eindeutig	Gauß'sches Eliminationsverfahren in erweiterter Form
	$< m$	eingeschränkt und mehrdeutig	

$m$  =Anzahl der Achsen des IR     $n$  =Freiheitsgrade im Arbeitsraum

Tabelle 1: Lösungscharakteristika und Strategien zur eindeutigen Lösung

In Tab. 1 sind Ursachen für Mehrdeutigkeiten, charakteristische Eigenschaften der Lösungsmengen und entsprechende Strategien zur Bestimmung eindeutiger Lösungen unter der Voraussetzung der Konsistenz des linearen Gleichungssystems ( $Rang \{J\} = Rang \{J, \Delta x\}$ ) aufgelistet. Nach der Elimination der in Tab. 1 aufgelisteten Mehrdeutigkeiten durch die entsprechenden Strategien ist im Allgemeinen noch kein eindeutiges Verfahrenverhalten zu erwarten. Abhängig von der Struktur der gewählten Kinematik existieren äquivalente Gelenkstellungen für eine definierte Position

und Orientierung des Werkzeuges. Über den sogenannten Winkelstatus, der für jedes Gelenk eine binäre Steuervariable beinhaltet und das qualitative Verhalten alle Gelenke beschreibt, können definierte Verfahrkonfigurationen erzeugt werden, die zu eindeutigem Verhalten des IR führen.

Die Frage nach der Existenz der Lösung des IKP resultiert aus der möglichen Inkonsistenz des linearen Ersatzproblems. Eine Inkonsistenz tritt auf, wenn aus einem stetigen Verlauf der Trajektorie im Raum der Aufgabenplanung eine Unstetigkeit im Raum der internen Koordinaten des IR resultiert. In diesem Fall existiert für das lineare Ersatzproblem keine Lösung. Eine auftretende Inkonsistenz wird in dem hier implementierten Verfahren erkannt und durch gezielte Anfangsauslenkung des Iterationsstartwertes verlassen.

Die bis zu diesem Punkt implizit realisierte kartesische Schrittweitensteuerung garantiert jedoch nicht die Konvergenz des Verfahrens, sowie die mathematische Genauigkeit der Ergebnisse. Eine auch für PTP-Betrieb effiziente Schrittweitensteuerung ist durch die Kombination aus kartesischer Schrittweitevoreinstellung und anschließender achsspezifischer Schrittweitensteuerung gegeben. In der kartesischen Schrittweitevoreinstellung werden Start- und Zielkoordinaten durch sukzessive Drehung um eine fiktive Achse [2] bei begleitender Translation zur Deckung gebracht, wodurch mathematische eindeutige Zwischenkonfigurationen definiert werden. Im CP-Betrieb ist die kartesische Schrittweitensteuerung bedingt durch die hinreichend eng liegenden Interpolatorvorgaben nicht erforderlich. In der achsspezifischen Schrittweitensteuerung werden die aus dem räumlichen Abstand in kartesischen Koordinaten ermittelten erforderlichen Winkeländerungen bzw. Translationswege der internen Koordinaten begrenzt. Akkumulative Fehler sind algorithmisch ausgeschlossen, da die kartesische Abstandsbestimmung immer vom realen Ort des Arbeitspunktes ausgeht. Da die entwickelten und implementierten Algorithmen zur universellen Koordinatentransformation keine akkumulativen Fehler aufweisen und die Schrittweitensteuerung achsspezifisch erfolgt, ist die Konvergenz des Verfahrens stets gesichert.

Ein grundsätzliches Problem des Einsatzes iterativer Verfahren in Realzeitsystemen ist durch die Konvergenzgeschwindigkeit zum Erreichen der physikalisch vorgegebenen Genauigkeit beschrieben. Die Konvergenzgeschwindigkeit ist durch die Vorgabe der Iterationsschrittweiten steuerbar. Für die Größe der Iterationsschritte wurden zwei achsspezifische Schranken eingeführt, die als Maximalinkrement (MAXINC) und Minimalinkrementschranke (MININC) bezeichnet werden. Der Verlauf der virtuellen Bahn des iterativen Algorithmus zwischen zwei Interpolatorvorgaben bei CP-Steuerung bzw. für aufeinanderfolgende Punktsätze der PTP-Steuerung ist durch die MAXINC-Schranke festgelegt und bestimmt im wesentlichen die Iterationsschrittzahl und damit die Rechenzeit. Da die Zwischenergebnisse der Transformation auf dieser virtuellen Bahn, die als linear mit kontinuierlicher Orientierungsnachstellung angenommen wird, nicht an die Steuerung ausgegeben werden, ist die Bahntreue durch Wahl der MAXINC-Schranke von sekundärer Bedeutung und nur die resultierende erforderliche Schrittzahl entscheidend. In der engen Umgebung des vom In-

terpolator vorgegebenen zu transformierenden Zielwertes bzw. PTP-Punktes bei Punktsteuerung, der an die Steuerung ausgegeben wird, erfolgt die Reduktion der Schrittweite unter die MININC-Schranke. Die mit dem Newton-Raphson Algorithmus durchgeführten Korrekturschritte stellen die geforderte Ergebnisgenauigkeit sicher.

Da sich der Newton-Raphson Algorithmus durch sehr gute Konvergenz in Lösungsnähe auszeichnet, ist die erforderliche Anzahl von Korrekturschritten sehr gering. Die Simulationen haben gezeigt, daß eine MAXINC-Schranke von zehn Grad so kleine Linearisierungsfehler beinhaltet, daß maximal zwei Korrekturschritte bereits zu einer Ergebnisgenauigkeit von 0,003 Grad in der Orientierung und 0,001 mm in der Position führen. Dies sind die Maximalfehler aus 5000 Simulationsläufen. Die erreichbare Genauigkeit in Position und Orientierung hat sich als unkritisch erwiesen, denn als Folge der guten Konvergenzeigenschaften des Newton-Raphson-Verfahrens in Lösungsnähe wird der Fehler durch einen zusätzlichen Iterationsschritt im Mittel um den Faktor  $10^{-4}$  reduziert.

Bei der CP-Version der Transformation ist in Relation zu den Interpolatorvorgaben eine MAXINC-Schranke von zehn Grad sinnvoll und führt auf maximal drei Iterationsschritte. Bei PTP-Steuerungen liegt der virtuelle Iterationsstart weiter vom zu transformierenden Ziel entfernt, woraus im allgemeinen eine erheblich "länger" virtuelle Bahn in Bezug auf Position und Orientierung resultiert. Eine Verdopplung der MAXINIC-Schranke in vernünftigen Grenzen führt dann auf eine Reduktion der Schrittzahl um ca. 50 %. Zur Sicherstellung der Ergebnisgenauigkeit sind dann zusätzlich ein oder maximal zwei Korrekturschritte erforderlich, da sich die Linearisierungsfehler vergrößern. Für einen typischen sechsachsigen IR mit relativ großem Arbeitsraum werden bei PTP-Steuerung im Durchschnitt 6 Iterationen benötigt.

## 4 Simulationstechnische Erprobung

Zum Nachweis der Universalität wurde die generelle Funktionsfähigkeit für

- verschiedene kinematische Bauformen mit systematisch variiertes Art (translatorisch, rotatorisch) und Anzahl der Achsen ( $m \leq 6, m > 6$ ),
- Kinematiken mit beliebigen Fertigungstoleranzen,
- sowie den üblichen Sonderkinematiken wie Winkelhand und Parallelogramm

verifiziert.

Zum Nachweis einer garantierbaren Betriebssicherheit wurden kritische Bahnenverfahren, die aus

- extrem unterschiedlichen erforderlichen Achsgeschwindigkeiten,

- aufgabenspezifischen Redundanzen sowie der
- Inkonsistenz des linearen Gleichungssystems

herrühren.

Im Bild 1a sind charakteristische kritische Bahnen für einen sechsachsigen IR (KUKA IR 100) beispielhaft dargestellt. Die Bilder 1b bis 1f beschreiben die entsprechenden Achsverläufe. Die Trajektorien liegen in einer horizontalen Ebene im Überkopfbereich und sind kartesisch mit konstanter Orientierung parallel zu  $x$ -Koordinate, d.h. für jeweils konstante Werte der  $y$ -Koordinate zu verfahren. In Abhängigkeit vom minimalen Abstand der Achse 6 (A6) zur virtuellen Verlängerung von Achse 1 (A1) müssen A1 und A6 auf kurzen kartesischen Wegen extrem drehen (Bild 1b, 1c, 1d). Im Bild 1e ist das Verhalten beim Verfahren durch zwei redundante Positionen dargestellt. Verfährt A6 durch die virtuelle Verlängerung von A1, so fluchten A1 und A6. A4 und A6 fluchten für  $\Theta_5 = 0$ , während des Verfahrens von  $x = 0$  in negative Richtung der  $x$ -Koordinate.

Bild 1f zeigt die Achswerte für das Verfahren einer Trajektorie mit permanent fluchtenden Achsen. A6 verfährt innerhalb der virtuellen Verlängerung von A1 ohne daß die entsprechenden Achsen Redundanzeffekte zeigen. In Bild 1g ist eine Stellung des IR skizziert, die beim Verfahren mit konstanter Orientierung in positive oder negative  $y$ -Richtung zur Inkonsistenz des linearen Ersatzproblems führt. Erschwerend wurde vorausgesetzt, daß in der Startkonfiguration A4 und A6 fluchten. Bild 1h zeigt das sichere Verlassen der Inkonsistenz anhand der dargestellten Achsverläufe.

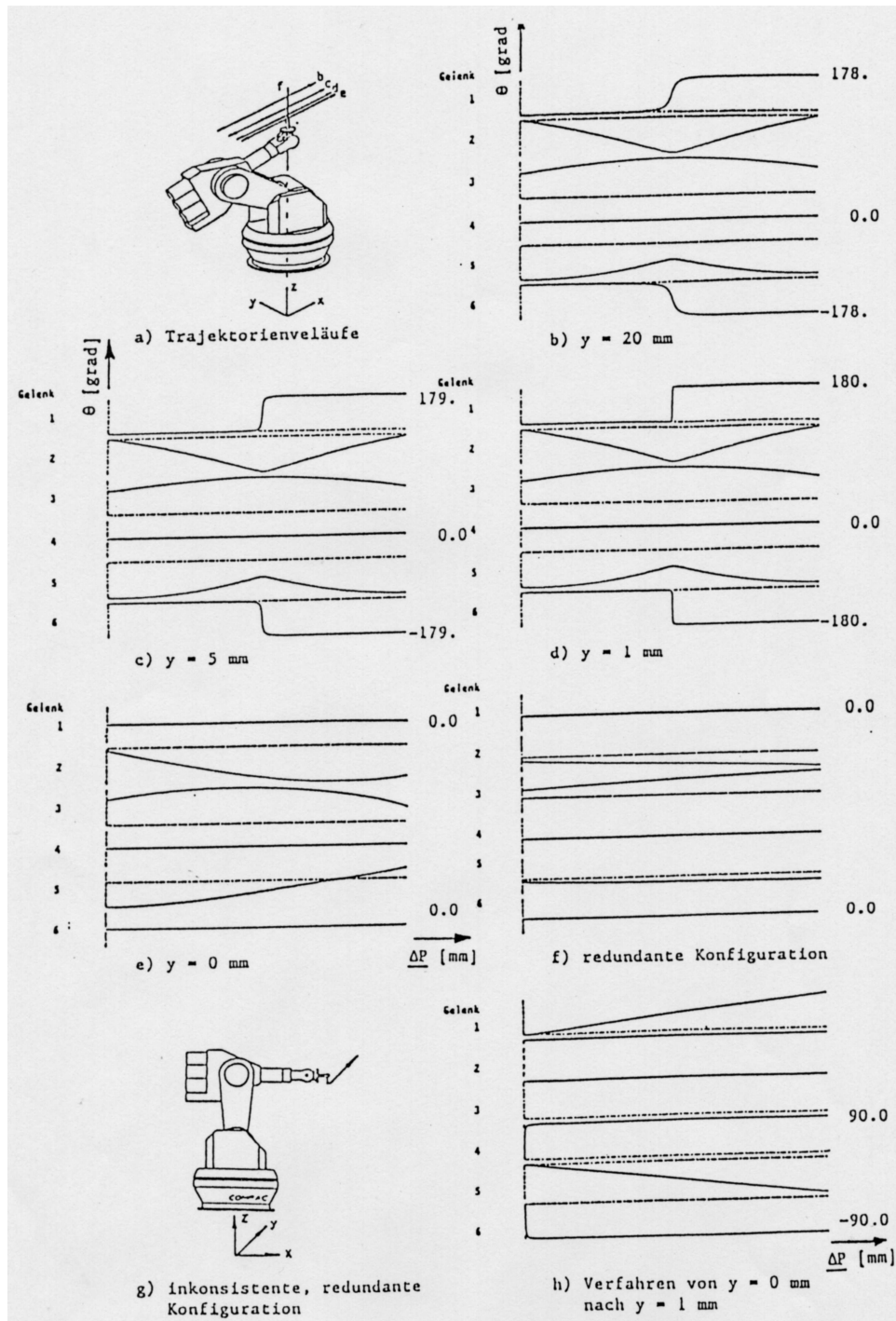


Abbildung 1: Charakteristische kritische Bahnen

## 5 Erprobung und Validierung am realen Roboter

Die Erprobung des Transformationsmoduls wurde mit einem sechsachsigen Gelenkroboter vom Typ Manutec r3 durchgeführt. Für die Online-Berechnung der entwickelten Algorithmen wurde ein leistungsfähiges Prozessorsystem in die RCM2 der FA. Siemens integriert. Über eine Steuervariable bestand die Möglichkeit des optionellen Einsatzes der herkömmlichen Transformations-einheit oder der Universaltransformation.

In den anschließend durchgeführten Zeitmessungen wurden die benötigten Zeiten ermittelt und vergleichend gegenübergestellt. Die für die universelle Koordinatentransformation selbst in kritischen Verfahrssituationen benötigte Zeit für die Ermittlung der achsspezifischen Werte entsprechend einer Interpolatorsvorgabe beträgt maximal 5,4 ms.

## 6 Schlußfolgerungen

Das entwickelte Transformationsmodul generiert die Lösung des inversen kinematischen Problems über allgemein gültige Algorithmen. Hieraus resultiert die Möglichkeit, eine vorhandene Steuerung bezüglich der Koordinatentransformation ohne zusätzlichen Software- Erstellungsaufwand an jede beliebige Industriekinematik durch entsprechende Parametrisierung anzupassen. Selbst Kinematiken für die im herkömmlichen Sinne keine explizite Beschreibung der achsspezifischen Variablen möglich war und Kinematiken mit beliebigen Fertigungstoleranzen bei deren Transformationsrelationen ähnliche Probleme auftreten, sind problemlos beherrschbar. Im Hinblick auf die zukünftige Offline-Programmierung läßt sich bei vorausgesetzter Kenntnis der Fertigungstoleranzen die absolute Positioniergenauigkeit angeben. Strukturell neue und allgemein redundante Kinematiken sind effizient einsetzbar und über eindeutige Berechnungsverfahren in diesem Falle nicht mehr durch den Gauß'schen Algorithmus sondern mit Methoden der linearen oder quadratischen Optimierung bezüglich ihres Verhaltens in den Koordinaten transformierbar.

Das vorgestellte Verfahren impliziert die Möglichkeit kritische Verfahrssituationen zu erkennen, qualitativ wie auch quantitativ zu erfassen und entsprechende Verfahrstrategien für die beteiligten Achsen zu generieren. Im Rahmen der Verfahrenserprobung konnte nachgewiesen werden, daß hieraus eine garantiertbare Systemsicherheit beim Verfahren durch und innerhalb redundanter Konfigurationen resultiert.

Die einzige Einschränkung in Bezug auf eine momentane industrielle Anwendung dieses allgemeingültigen Verfahrens liegt in dem höheren Rechenaufwand. Die Erfahrungen mit dem in eine reale Steuerung integrierten Transformationsmodul haben jedoch gezeigt, daß der erhöhte Rechenaufwand bei entsprechendem Hardware-Einsatz problemlos beherrschbar ist. Unter Berücksichti-

gung der Verfügbarkeit leistungsfähigerer Prozessoren ist der Einsatz allgemeingültiger und nachfolgend auch intelligenterer Strategien bereits heute möglich und im Hinblick auf die fortschreitende Automatisierung und Rationalisierung unausweichlich nötig.

## 7 Ansprechpartner

Dipl.-Ing. (FH) Jochen Bargfrede	Prof. Dr.-Ing. Heribert Münch
Telefon: 03 91 - 88 64 680 (Büro)	Telefon: 03 91 - 88 64 395 /- 105
Telefon: 03 91 - 88 64 449 (Labor)	
Telefax: 03 91 - 88 64 123	Telefax: 03 91 - 88 64 123 /- 709
E-Mail: jochen.bargfrede@ maschinenbau.hs-magdeburg.de	E-Mail: heribert.muench@ maschinenbau.hs-magdeburg.de

## Literatur

- [1] Hartenberg, R. S.; Denavit, J.:  
Kinematic Synthesis of Linkages.  
New-York: McGraw-Hill, 1964
- [2] Paul, R. P.: Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control - The Computer Control of Robot Manipulators. Cambridge, Massachusetts and London: The MIT Press, 1983
- [3] Duelen, G.; Kirchhoff, U.; Held, J.:  
The Inverse Kinematic Problem in Realtime Application.  
Conference on Production Research and Technology, Pittsburgh, 1984
- [4] Ortega, I. M.; Reinboldt, W. C.:  
Iterative Solution of Nolinear Equations in Several Variables.  
New York and London, 1966
- [5] Withney, D. W.:  
The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators,  
Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, December 1972, Vol 94, pp. 303-309
- [6] Forsythe, G. E; Moler, C. B.:  
Computer-Verfahren für lineare Algebraische Systeme.  
R. Oldenburg Verlag, 1971

- [7] Stiefel, E.:  
Einführung in die numerische Mathematik.  
B. G. Teubner Stuttgart, 1970
- [8] Niemeyer, G.:  
Einführung in die lineare Planungsrechnung.  
Walter de Gruyter & Co Berlin 1968
- [9] Strang, G.:  
Linear Algebra and it's Applications - Second Edition.  
Massachusetts Institute of Technology (MIT)  
New York: Academic Press, 1980
- [10] Ben-Israel, A.; Cohen, D.:  
On Iterative Computation of Generalized Inverses and Associated Projections.  
SIAM J. Numer. Anal. Vol. 3, No. 3, 1966
- [11] Söderström, T.; Stewart, G. W.:  
On Numerical Properties of Iterative Method for Computing the Moore-Penrose Generalized Inverse.  
SIAM J. Numer. Anal. Vol. 11, No. 1, 1974
- [12] Greville, T. N. F.:  
Some Applications of the Pseudo-Inverse of a Matrix.  
SIAM REVIEW, II 1960, pp. 15-20
- [13] Fournier, A.:  
Robotic Movement Generation. Application of Generalized Inverses and Pseudo-Inverses  
Thesis.  
Montpellier, 1980